เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม
ตอนที่ 6 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : ตัวแปรมูลฐาน ตัวแปรอมูลฐาน และลักษณะของปัญหา

หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์[1*]

[1*] สาขาวิชาการจัดการวิศวกรรมการผลิตและโลจิสติกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
1061 ซอยอิสรภาพ15 ถนนอิสรภาพ แขวงหิรัญรูจี เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 10600
โทร 02-473-7000 อีเมล์ : jahathairat@gmail.com

บทนำ

การแก้ไขปัญหาในองค์กร นับเป็นสิ่งหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้องค์กรสามารถดำเนินการต่อไปได้ ไม่ว่าจะเป็นปัญหาในการดำเนินงาน ปัญหาด้านผลผลิต ปัญหาด้านบุคลากร ปัญหาด้านวัสดุอุปกรณ์ หรือปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในองค์กร ล้วนแล้วแต่เป็นปัญหาที่ต้องได้รับการแก้ไข เพื่อให้องค์กรสามารถขจัดปัญหานั้นไปได้ นอกจากนี้ยังสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงาน อันจะส่งผลต่อการเจริญเติบโตขององค์กรและความสามารถในการแข่งขันขององค์กรนั้น ๆ

ในการแก้ไขปัญหาขององค์กรนั้น จำเป็นต้องมีการเลือกและวิเคราะห์ปัญหา เพื่อกำหนดเป้าหมายในการแก้ไขปัญหานั้นได้อย่างตรงเป้าประสงค์ แล้วจึงวิเคราะห์ปัจจัยต่าง ๆ อันเป็นข้อจำกัดและส่งผลถึงผลลัพธ์ตามเป้าประสงค์นั้น แล้วสร้างเป็นแบบจำลอง เพื่อแก้ไขปัญหาอย่างเป็นระบบ ซึ่งวิธีการในการแก้ไขปัญหานั้นมีหลายวิธีด้วยกัน เช่น วิธีการแก้ไขปัญหาด้วยกราฟ วิธีการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เป็นต้น และเมื่อสามารถแก้ไขปัญหานั้นได้ ก็จะนำไปสู่ การทดลอง การทดสอบ และนำเสนอเพื่อตัดสินใจในการนำไปแก้ไขปัญหาจริงต่อไป

ตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐาน

ในการหาผลลัพธ์และแก้ไขปัญหาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์นั้น เป็นการแก้ไขปัญหาโดยการหาผลลัพธ์ของตัวแปรตัดสินใจ ในแต่ละตัวแปร โดยมีเป้าหมายเพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดตามสมการเป้าหมายภายใต้ข้อจำกัดจากสมการข้อจำกัดทั้งหมด

เมื่อพิจารณาถึงการแก้ไขปัญหาและหาผลลัพธ์โดยวิธีกราฟ ในเทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม ตอนที่ 2 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีกราฟ (หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์, 2563) จะเห็น

ได้ว่ามีการใช้สมการข้อจำกัดทั้งหมด ในการหาพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ แล้วจึงคำนวณหาคำตอบที่ให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดตามสมการเป้าหมาย จากพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้เหล่านั้น

ในกระบวนการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จึงมีวิธีการและกระบวนการในการแก้ไขปัญหาที่คล้ายคลึงกับวิธีกราฟ โดยมีลำดับการแก้ไขปัญหาคือ การหาพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้จากสมการข้อจำกัดทั้งหมด แล้วจึงหาคำตอบที่ให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดตามสมการเป้าหมาย ซึ่งในการหาคำตอบที่เป็นไปได้จากสมการข้อจำกัดนั้น จะใช้วิธีการแก้สมการข้อจำกัดทั้งหมดเพื่อหาค่าของตัวแปรตัดสินใจในแต่ละตัวแปร แล้วจึงคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดดังกล่าว

จากกระบวนการแก้สมการข้อจำกัดนั้น จะใช้วิธีการแก้สมการหลายตัวแปร เพื่อหาคำตอบของตัวแปรในแต่ละตัวแปร ซึ่งในกรณีที่จำนวนสมการข้อจำกัดมีมากกว่าจำนวนตัวแปรตัดสินใจ จะไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้ เช่น มีตัวแปรตัดสินใจ 5 ตัวแปร คือ X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 และมีสมการข้อจำกัด 3 สมการ ดังสมการที่ (1) (2) และ (3) ตามหลักการแก้สมการแล้ว จะไม่สามารถแก้สมการ เพื่อหาคำตอบของตัวแปรตัดสินใจทั้ง 5 ตัวแปรได้ เป็นต้น

$$X_1 + X_2 + X_3 = 10 \quad (1)$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 20 \quad (2)$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_5 = 30 \quad (3)$$

จากตัวอย่างของปัญหา ในสมการที่ (1) (2) และ (3) จะเห็นได้ว่ามีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 6 ตัวแปร แต่มีสมการในการแก้ไขปัญหาเพียง 3 สมการ จึงไม่สามารถแก้ไขปัญหาเพื่อหาค่าตัวแปรทั้ง 6 ตัวแปร ได้ ซึ่งหากว่าต้องการแก้ไขปัญหาเพื่อหาค่าตัวแปรจากสมการทั้ง 3 สมการ ที่เป็นข้อจำกัดให้ได้ จำเป็นต้องลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าให้เหลือเพียง 3 ตัวแปร ซึ่งเมื่อมีจำนวนตัวแปร 3 ตัวแปร และจำนวนสมการ 3 สมการ จะสามารถแก้สมการและได้ผลลัพธ์ของตัวแปรที่ต้องการได้

จากแนวคิดการลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ให้มีจำนวนตัวแปรเท่ากับจำนวนสมการที่ต้องการแก้ไขปัญหานั้น นำมาสู่ การกำหนดนิยามของตัวแปรใน 2 ลักษณะ คือ ตัวแปรมูลฐาน และตัวแปรอมูลฐาน ซึ่งมีลักษณะดังนี้ (รุ่งรัตน์ ภิสัชเพ็ญ (สีเหลืองสวัสดิ์) และ พรธิภา องค์คุณารักษ์, 2556) (สุทธิมา ชำนาญเวช, 2553)

1) ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable; BV) เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า และต้องการหาค่าของตัวแปรนั้น โดยจำนวนตัวแปรมูลฐาน จะมีจำนวนเท่ากับจำนวนสมการข้อจำกัดทั้งหมด

2) ตัวแปรอมูลฐาน (Non-basic Variable; NBV) เป็นตัวแปรที่ถูกลดลงไปและไม่อยู่ในสถานะตัวแปรมูลฐาน เพื่อให้สามารถแก้สมการและหาผลลัพธ์ได้ ตัวแปรอมูลฐานจึงเป็นตัวแปรที่มีค่าเป็น 0 หรือไม่มีค่านั่นเอง

จากตัวอย่างของปัญหา ในสมการที่ (1) (2) และ (3) หากต้องการแก้ไขปัญหา โดยใช้ตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐานมาช่วยในการแก้ไขปัญหา โดยกำหนดให้ตัวแปร X_3 , X_4 , X_5 เป็นตัวแปรมูลฐานหรือตัวแปรที่ต้องการหาค่า และตัวแปร X_1 , X_2 เป็นตัวแปรอมูลฐาน โดยมีค่าเป็น 0 จะได้ผลดังนี้

$$0 + 0 + X_3 = 10 \quad (4)$$

$$0 + 2(0) + X_4 = 20 \quad (5)$$

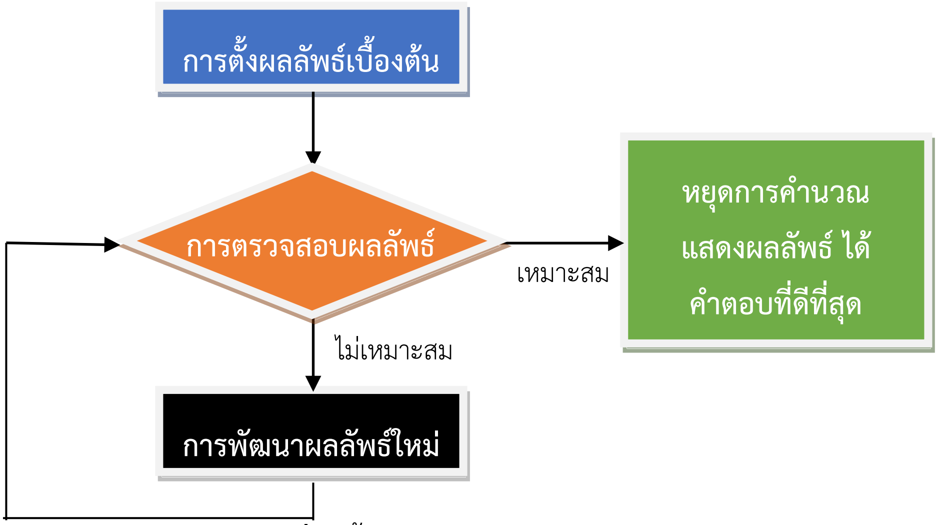
$$2(0) + 3(0) + X_5 = 30 \quad (6)$$

จากสมการที่ (4) (5) และ (6) จะเห็นได้ว่าเมื่อกำหนดให้ตัวแปร X_3 , X_4 , X_5 เป็นตัวแปรมูลฐานหรือตัวแปรที่ต้องการหาค่า และตัวแปร X_1 , X_2 เป็นตัวแปรอมูลฐานแล้ว จะทำให้สามารถแก้สมการและหาผลลัพธ์ของตัวแปรได้ คือ ตัวแปร $X_3 = 10$ ตัวแปร $X_4 = 20$ และตัวแปร $X_5 = 30$ โดยตัวแปร $X_1 = 0$ และตัวแปร $X_2 = 0$

จากตัวอย่างปัญหาข้างต้นนั้น ตัวแปรทั้งหมดที่แก้ไขปัญหาคือตัวแปรตัดสินใจ อันส่งผลต่อผลลัพธ์ที่ได้คือสมการเป้าหมาย ที่มีต้องการที่จะแก้ไขปัญหาเพื่อหาค่าที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุดตามเป้าประสงค์นั้น ซึ่งหากมีการกำหนดตัวแปรมูลฐานที่ต่างกันแล้ว ก็จะส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้ตามสมการเป้าหมาย มีผลลัพธ์ที่แตกต่างกันด้วย ในการแก้ไขปัญหาจึงต้องทดลองว่า ควรกำหนดตัวแปรมูลฐานตัวแปรใด ที่ส่งผลให้ผลลัพธ์ตามเป้าประสงค์นั้นมีค่าที่ดีที่สุด

ลักษณะของปัญหาในการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

วิธีการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เป็นวิธีการคำนวณแบบย้อนซ้ำขั้นตอน นั่นคือ จะทำการคำนวณซ้ำ ๆ จนกระทั่งได้คำตอบที่ดีที่สุด ดังที่ได้กล่าวมาแล้วใน เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม ตอนที่ 4 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : หลักการเบื้องต้น (หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์, 2564) โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังภาพที่ 1

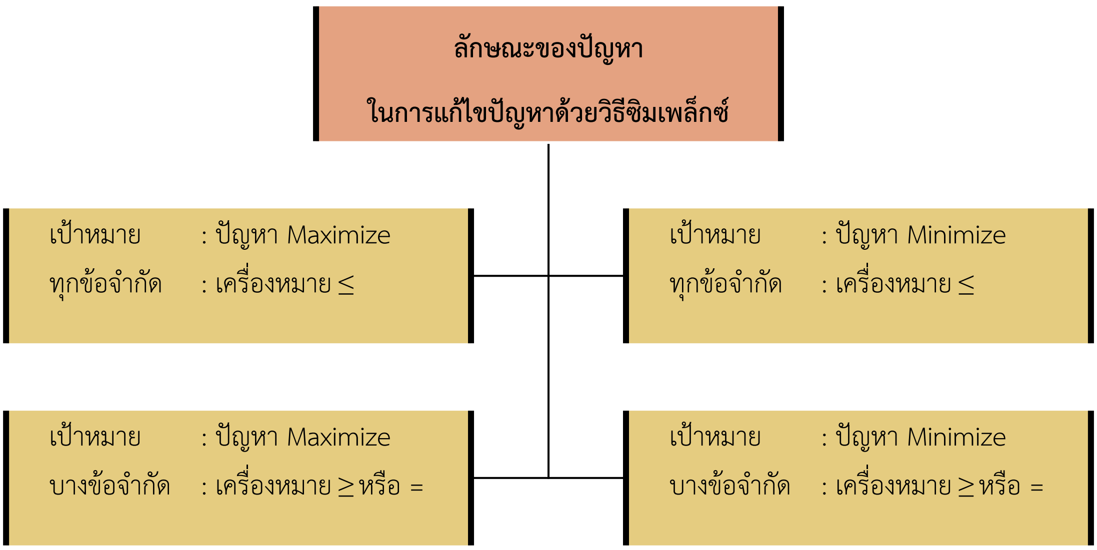


ภาพที่ 1 ขั้นตอนการคำนวณวิธีซิมเพล็กซ์

ที่มา (สุทธิมา ชำนาญเวช, 2553)

จากภาพที่ 1 จะเห็นได้ว่า ในการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะมีการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นก่อน แล้วตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้นนั้น ว่าให้ผลลัพธ์ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุดหรือไม่ หากผลลัพธ์นั้นดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด ก็จะนำผลลัพธ์นั้นมาแสดงเป็นผลลัพธ์ของปัญหา แต่หากยังไม่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด ก็จะพัฒนาคำตอบใหม่ จนกว่าจะให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด

ในการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะมีลักษณะของปัญหาและวิธีการในการแก้ไขปัญหาด้วยกัน 4 รูปแบบ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ลักษณะของปัญหาในการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ที่มา (สุทธิมา ชำนาญเวช, 2553)

จะภาพที่ 2 จะเห็นได้ว่า ลักษณะของปัญหาในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ แบ่งออกเป็น 4 ลักษณะ คือ

1) กรณีที่ปัญหาหาค่าสูงที่สุด และอสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ ($\leq$) ทุกข้อจำกัด

2) กรณีที่ปัญหาหาค่าต่ำที่สุด และอสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ ($\leq$) ทุกข้อจำกัด

3) กรณีที่ปัญหาหาค่าสูงที่สุด และอสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ ($\geq$) หรือเครื่องหมาย (=) ในบางข้อจำกัด

4) กรณีที่ปัญหาหาค่าต่ำที่สุด และอสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ ($\geq$) หรือเครื่องหมาย (=) ในบางข้อจำกัด

ปัญหาลักษณะที่ 1) และ 2) จะมีลักษณะการแก้ไขปัญหาที่คล้ายคลึงกัน โดยใช้วิธีการซิมเพล็กซ์ในการแก้ไขปัญหา แต่เมื่อลักษณะของปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น โดยมีข้อจำกัดบางข้อจำกัด มีเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ ($\geq$) หรือเครื่องหมาย (=) ดังลักษณะปัญหาที่ 3) และ 4) จะมีวิธีการการแก้ไขปัญหา โดยใช้วิธีที่เรียกว่าบิ๊กเอ็ม (Big M) ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในตอนถัดไป

สรุป

ซิมเพล็กซ์เป็นอีกหนึ่งวิธีที่ใช้ในการแก้ไขปัญหาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหรือที่เหมาะสมที่สุด ภายใต้ข้อจำกัดที่มีอยู่ ซึ่งการแก้ไขปัญหาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการซิมเพล็กซ์นั้น ต้องมีการสร้างแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบของรูปแบบมาตรฐานก่อน แล้วจึงนำไปแก้ไขปัญหาต่อได้ ดังที่กล่าวมาแล้วใน เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม ตอนที่ 5 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : รูปแบบมาตรฐาน (หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์, 2564)

เมื่อมีการสร้างแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบของรูปแบบมาตรฐานแล้ว จึงมีการแยกตัวแปรของปัญหาใน 2 รูปแบบ คือ ตัวแปรมูลฐาน และตัวแปรอมูลฐาน เพื่อใช้ในการหาผลลัพธ์ของปัญหาดังกล่าว โดยหลักการในการแก้ไขปัญหาโดยใช้วิธีซิมเพล็กซ์นั้น ต้องมีการพิจารณาก่อนว่าปัญหา แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นปัญหาลักษณะใด เป้าประสงค์ของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในลักษณะไหน เมื่อพิจารณาลักษณะดังกล่าวแล้ว จึงจะสามารถค้นหาผลลัพธ์ในรูปแบบของตารางซิมเพล็กซ์ได้ ซึ่งขั้นตอนในการค้นหาผลลัพธ์และแก้ไขปัญหาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการซิมเพล็กซ์นั้นจะกล่าวในตอนถัดไป

เอกสารอ้างอิง

หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์. (2563). **เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม ตอนที่ 2 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีกราฟ.** สืบค้นเมื่อวันที่ 1 ธันวาคม 2564, จาก https://drive.google.com/file/d/1NcrxD-g516J50HWt9nxvvgQoTECm2wAs/view

หทัยรัตน์ ธีระกาญจน์. (2564). **เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม ตอนที่ 5 การหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : รูปแบบมาตรฐาน.** สืบค้นเมื่อวันที่ 1 ธันวาคม 2564, จาก https://eit.bsru.ac.th/wp-content/uploads/2021/09/อ.-หทัยรัตน์-ธีระกาญจน์-เทคนิคการแก้ไขปัญหาเชิงปริมาณด้านอุตสาหกรรม.pdf.pdf

รุ่งรัตน์ พิสัชเพ็ญ (สีเหลืองสวัสดิ์) และพรธิภา องค์คุณารักษ์. (2556). **การวิจัยดำเนินงาน**. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น, 330 หน้า.

สุทธิมา ชำนาญเวช. (2553). **การวิเคราะห์เชิงปริมาณ.** กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์, 500 หน้า.